

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2002
Sessione ordinaria

10 Spiegare, con esempi appropriati, la differenza tra *omotetia* e *similitudine* nel piano.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2002
Sessione ordinaria

- 10** In un piano cartesiano Oxy , un'omotetia di rapporto $k(k \neq 0)$ e centro C è quella trasformazione che associa a un punto P il punto P' tale che $\vec{CP'} = k \cdot \vec{CP}$. Le equazioni della trasformazione sono:

$$\omega_{C,k}: \begin{cases} x' = k(x - x_C) + x_C \\ y' = k(y - y_C) + y_C \end{cases} \quad \text{ovvero} \quad \begin{cases} x' = kx + x_C(1 - k) \\ y' = ky + y_C(1 - k) \end{cases}.$$

Una similitudine di rapporto b è una trasformazione che mantiene costante il rapporto tra segmenti corrispondenti cioè, comunque si scelgano due punti A e B , considerati i loro trasformati A' e B' , si ha:

$$\frac{A'B'}{AB} = b.$$

Le equazioni della similitudine sono della forma:

$$\sigma_1: \begin{cases} x' = mx - ny + c \\ y' = nx + my + c' \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \sigma_2: \begin{cases} x' = mx + ny + c \\ y' = nx - my + c' \end{cases}, \quad \text{con } b = \sqrt{m^2 + n^2}.$$

Nel primo caso si parla di similitudine diretta, nel secondo, indiretta.

Un'omotetia è un caso particolare di similitudine: infatti, ponendo $m = k$ e $n = 0$ nelle trasformazioni della similitudine diretta, si ottiene un'omotetia. Non vale però il viceversa: una similitudine non è necessariamente un'omotetia. Per esempio, tutte le similitudini indirette non sono omotetie.

Dal punto di vista geometrico, un'omotetia trasforma una retta in una retta a essa parallela. Non tutte le similitudini possiedono tale proprietà: per esempio, nella simmetria assiale, che è una similitudine, solo le rette parallele o perpendicolari all'asse di simmetria sono parallele alla propria trasformata.