

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004  
Sessione straordinaria**

**10** In un piano, riferito a un sistema di assi cartesiani ortogonali ( $Oxy$ ), sono assegnate le affinità di equazioni:

$$\begin{cases} X = mx + 2y - m \\ Y = -x - y + m \end{cases},$$

dove  $m$  è un parametro reale. Trovare il luogo geometrico dei punti uniti dell'affinità al variare di  $m$ .

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2004**  
**Sessione straordinaria**

**10** La trasformazione  $\begin{cases} X = mx + 2y - m \\ Y = -x - y + m \end{cases}$  è un'affinità se  $\begin{vmatrix} m & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0$ , ossia se  $m \neq 2$ . Perché un punto sia

unito si deve avere  $X = x \wedge Y = y$ , quindi sostituendo nelle equazioni dell'affinità  $\begin{cases} X = mx + 2y - m \\ Y = -x - y + m \end{cases}$ , risulta:

$$\begin{cases} x = mx + 2y - m \\ y = -x - y + m \end{cases}.$$

Si ottengono le equazioni parametriche del luogo ricavando  $x$  e  $y$  in funzione di  $m$ :

$$\begin{cases} x = mx + 2\left(-\frac{1}{2}x + \frac{m}{2}\right) - m \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{m}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = mx - x + m - m \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{m}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (m-2)x = 0 \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{m}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{m}{2}, m \neq 2 \end{cases}.$$

Osservando le equazioni ottenute, si può concludere che il luogo dei punti uniti dell'affinità data è l'asse  $y$ , escluso il punto  $(0; 1)$ .