3 Si determinino le equazioni di due simmetrie assiali σ e φ la cui composizione $\sigma \circ \varphi$ dia luogo alla traslazione di equazione:

$$\begin{cases} x' = x + \sqrt{5} \\ y' = y - \sqrt{5} \end{cases}$$

Si determinino poi le equazioni della trasformazione che si ottiene componendo le due simmetrie in ordine inverso $\varphi \circ \sigma$.

6 Le rette r e s d'equazioni rispettive $y = 1 + 2x$ e $y = 2x - 4$ si corrispondono in una omotetia σ di centro l'origine O. Si determini σ.

3 La composizione di due simmetrie assiali rispetto a rette parallele è una traslazione di vettore perpendicolare alle due rette. Per dimostrarlo consideriamo un punto P a distanza rispettivamente d e $d+h$ rispetto alle rette r e s. Tutti i trasformati di P rispetto alle possibili composizioni di simmetrie rispetto a queste due rette appartengono alla perpendicolare condotta da P alle rette. Il simmetrico P' di P rispetto a r avrà distanza $h-d$ da s e distanza $2d$ da P. Il simmetrico di P' rispetto a s avrà, quindi, distanza $2d+2(h-d)=2h$ da P. Come si può notare tale distanza non dipende dalla posizione di P rispetto alle due rette e si tratta perciò del modulo di una traslazione. È da notare che h può anche essere negativo, e questo definisce il verso della traslazione.
La trasformazione considerata è una traslazione di vettore perpendicolare alla bisettrice del 2° e 4° quadrante, quindi le due rette rispetto alle quali vanno effettuate le simmetrie sono parallele a $y=x$.
Il modulo del vettore è $\sqrt{(\sqrt{5})^2+(-\sqrt{5})^2}=\sqrt{10}$, quindi la distanza tra le due rette deve essere $\sqrt{10}/2$. Questo succede quando, scritte in forma esplicita, il loro termine noto differisce di $\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}/2=\sqrt{5}$, perché le due rette sono inclinate di $\pi/4$ rispetto all'asse y. Quindi le due rette sono della forma, nell'ordine, $y=x+k$ e $y=x+k-\sqrt{5}$, con k qualsiasi. La composizione inversa darà come risultato una traslazione di vettore con uguale modulo e direzione rispetto a quello della traslazione considerata, ma di verso opposto. Tale composizione è perciò:

$$\begin{cases} x'=x-\sqrt{5} \\ y'=y+\sqrt{5} \end{cases}$$

6 Le equazioni di una generica omotetia di centro l'origine sono $\begin{cases} x'=kx \\ y'=ky \end{cases}$ e le inverse $\begin{cases} x=\dfrac{x'}{k} \\ y=\dfrac{y'}{k} \end{cases}$.

Sostituendo nell'equazione di r si ottiene $y=2x+k$. Confrontando con l'equazione di s si ricava $k=-4$.